# G. G. SPENCER

# GEOMETRIA D'INVENZIONE

*SERIE DI PROBLEMI*

**per avviare praticamente i fanciulli**

alla conoscenza della geometria esercitando la loro facoltà inventiva




Libro adottato in tutte le scuole elementari inglesi
ed utile pure per l' insegnamento in famiglia

PRIMA TRADUZIONE ITALIANA

DI


**PIER ANTONIO VIZZOTTO**

Prof. nella R. Scuola Maschile italiana
in Costantinopoli.







MILANO

ENRICO TREVISINI, LIBRAIO-EDITORE

15 - Via Larga - 15

1886

Milano - Tip. Filippo Poncelletti, Via Broletto, 43.

A

# FILOMENA BARTOLAZZI

INSEGNANTE DIPLOMATA

---

*Io ho tradotto il libro; voi, mia scolara, fatene la* chiave *nonchè il miglior uso che sappiate colle vostre alunne: e così saremo due che, come altri, quantunque non allievi di scuole nè molto destri nell'ammannire sapere ufficiale e officioso per i giorni di vetrina, non avremo fatto del male nè alla privata nè alla pubblica istruzione.*

*Credetemi*

Il vostro

PIER ANTONIO VIZZOTTO.

---

## *Prefazione all' edizione americana*

---

L'autore di questo volumetto di esercizii era padre di Erberto Spencer, l'eminente pensatore in filosofia, la cui apprezzata opera sopra l'Educazione è stata tradotta in quasi tutte le lingue d'Europa e pubblicata anche dall'editore Sig. Trevisini. Egli commenda assai il metodo della *Geometria d'invenzione* in seguito a propria osservazione ed esperienza, come si può vedere dalla seguente lettera:

Londra, 3 Giugno 1876.

Signori D. Appleton e C.

Sono lieto che stiate pubblicando negli Stati Uniti l'operetta di mio padre, la *Geometria d'invenzione.* Benchè essa abbia avuto poca voga qui la prima volta che fu data fuori, nondimeno, il riconoscimento della sua utilità si è andato in seguito gradatamente divulgando, ed è stata adottata nelle scuole da parecchi dei più ragionevoli insegnanti di scienze. Alcuni anni or sono udii essere stata introdotta a Rugby (1).

(1) Residenza di un collegio in Inghilterra. Questa modesta operetta è però ora usata in tutte le scuole inglesi. (*Il Traduttore*).

Della sua grande influenza, sia come mezzo per destare interesse nella geometria, quanto come disciplina della mente, posso dare personale testimonianza. Ho visto suscitare da essa in una classe di fanciulli così forte entusiasmo, che eglino riguardavano la loro lezione di geometria come un capitale avvenimento nella settimana. E fanciulle avviate nel sistema da mio padre, lo hanno frequentemente richiesto di problemi da risolversi durante le vacanze.

Quantunque io non l'abbia percorso, poichè cominciai matematiche con mio zio innanzi che questo metodo fosse stato elaborato da mio padre, nondimeno avevo fatto esperienza de' suoi effetti in una più difficoltosa sezione di geometria. Quando avevo circa quindici anni fui condotto nello studio della geometria perfettamente secondo questo medesimo metodo, dandomi mio padre successivamente dei problemi in tale ordine disposti che ero divenuto abile a risolvere, senza assistenza, persino i più complessi.

Naturalmente, l'uso del metodo implica capacità nell'istruttore e reale interesse pel benessere intellettuale dei suoi scolari. Ma ammesso l'uomo competente, questi può fornirli di cognizioni e di penetrazione molto più inoltrate di quelle che possono essere date da un insegnamento meccanico.

Sinceramente vostro

ERBERTO SPENCER.

# INTRODUZIONE

Considerando che servendosi della geometria gli architetti costruiscono le nostre case; gl' ingegneri civili le nostre strade ferrate; che con più elevati studi di geometria si fanno le carte di un paese o di un regno; che una geometria più elevata ancora è il fondamento della nobile scienza dell' astronomo, il quale non solamente determina il diametro del globo su cui vive, ma anche la forma del sole, della luna, dei pianeti e la quantità delle loro distanze da noi nonchè dall' uno all' altro; considerando pure che mercè questo elevato genere di geometria, coll' assistenza d' una carta e d' una bussola, il marinaro naviga con successo l' oceano, e mette tutte le nazioni in una amichevole comunicazione; dev' essere certo ammesso che questi elementi sieno resi per quanto più si può accessibili a tutti.

La geometria può essere divisa in due parti: pratica e teorica, tenendo la pratica la medesima relazione colla teorica che tiene l' aritmetica coll' algebra. E come precisamente l' aritmetica è fatta per precedere l' algebra, la geometria pratica do-

vrebb'essere fatta per precedere la geometria teorica.

Nella stessa guisa che l'aritmetica, benchè inferiore all'algebra, non è meno pregiata, così la geometria pratica non dovrebbe essere del pari meno pregiata, per essere la geometria teorica più nobile dell'aritmetica e dell'algebra.

Per quanto l'aritmetica possa essere eccellente mezzo onde fortificare la potenza intellettuale, la geometria è un istrumento di gran lunga migliore, poichè come è più facile scorgere la relazione tra superficie e superficie e fra linea e linea che fra numero e numero, così è più facile indurre abitudine di ragionare mediante la geometria, piuttostochè mediante l'aritmetica. Se insegnata giudiziosamente, i vantaggi concomitanti alla geometria pratica sono considerevoli. Introducendo inoltre nella nostra opera, e nel loro proprio ordine, gran copia di termini di scienze fisiche, vengono offerti i mezzi più favorevoli per comprendere essi termini, e per poterli imprimere bene nella memoria. Essa educa pure la mano alla destrezza, avvezza alla nitidezza, per essa gli occhi si abituano all'acurata percezione, e il giudizio all'apprezzamento delle belle forme. Da soli questi vantaggi reclamano per essa un posto nella educazione di tutti, non eccettuate le donne. Se la geometria pratica fosse stata insegnata come è insegnata l'aritmetica, non meriterebbe il conto

d'insistere sull'argomento, ma il metodo didattico sin qui usato nell'insegnamento non offre molta garanzia di profitto.

Qualunque vero geometra il quale insegni la geometria pratica per via di definizioni e di analoghe domande, troverà che così può far nascere per la scienza un interesse assai più notevole di quello che possa destare col metodo in uso; e aderendo al piano proposto, capirà che esso stimolando una buonoriva attività, suscita un potere altamente apprezzabile, ma molto negletto, quale si è quello d'inventare. È questo il fatto che ha suggerito all'autore di chiamare il suo sistema col nome di metodo d'invenzione nell'insegnamento della geometria.

Egli ne ha diligentemente riscontrati i buoni effetti in ambedue i sessi, e la propria esperienza lo autorizza a dire che la tendenza di detto metodo è quella di condurre lo scolaro a confidare nelle proprie facoltà, a sistemare le proprie scoperte in modo da poterne usare, e ad assumere via via tale un grado di fiducia in sè stesso da sentirsi capace di proseguire gli studi avvenire con molta sua soddisfazione. Specialmente avvenendo che tali studi siano quelli degli Elementi d'Euclide: l'uso del globo o la prospettiva.

Diremo ora alcune parole sull'uso delle definizioni e delle domande. Sia che esse si riferiscano alle domande; sia che esse si riferiscano alla mi-

surazione dei solidi, delle superficie, delle linee; sia che si riferiscano alla comune misura quadrata o ai decimali; o sia che riguardino regole di trigonometria; non è intenzione dell'autore che le definizioni vengano imparate a memoria, ma raccomanda che lo scolaro abbia da porgere una illustrazione adeguata di ciascuna come prova che intende.

Di più, invece d'indicare all'alunno come deve costruire le figure geometriche, e di farlo rimanere contento di averne saputo costruire una dietro indicazioni, ha l'autore creduto di ordinare le domande in modo che gli scolari possano costruire ben presto senza ricorrere all'aiuto altrui.

La maggior parte delle domande che accompagnano le definizioni richiedono per le risposte figure geometriche e diagrammi, accuratamente costruiti per mezzo di compassi, di scale e di rapportatori, mentre che altri richiedono soltanto risposte orali. Allo scopo di collocare l'alunno, per quanto è possibile, nello stato in cui la natura lo pone, gli saranno rivolte alcune domande le quali implicheranno l'impossibilità.

Ove s'incontri, in quanto alle domande, una derogazione all'ordine scientifico, tale derogazione è stata adottata nell'intendimento di concedere tempo allo scolaro riguardo alla soluzione di problemi più difficoltosi; poichè alla formazione d'un carattere che fidi in sè stesso, giova concedere

tempo allo scolaro per rispetto alla soluzione di tali difficoltosi problemi, anzichè affrettarnelo od assisternelo.

La facoltà inventiva è pianta che cresce meglio al sole dell'incoraggiamento; e i suoi primi germogli, ognuno lo sa, sono deboli. Il rimprovero dunque che si faccia ad uno scolaro circa la sua mancanza d'arte, agisce come gelo sopra quei germogli, e materialmente impedisce il loro incremento. Ed è per riguardo in parte allo stato d'assopimento nel quale giace nei più la facoltà inventiva, ed in parte affinchè i giovani principianti non debbano sentirsi intimiditi e mortificati, che le domande preliminari sono state redatte piuttosto semplici.

---

# NOTA PER GLI SCOLARI

Quando occorra risparmiare tempo non copiate le definizioni; ma se tempo vi rimanga copiatele nel quaderno per imprimervi i termini nella memoria.

Nella costruzione d'una figura che conoscete usate gli archi se li preferite: ma nei tentativi per la soluzione d'un problema preferite i circoli intieri agli archi.

Pervenuti alla soluzione mediante gl'intieri circoli od altro sussidio, fate una seconda figura in inchiostro senza circoli.

Non vi scoraggite se altri riesce più presto nell'inventare. Non siate ansiosi; e meno aiuto cercherete, meno ne desidererete. Ciò che vi darà un profitto maggiore e che porterà grande benefizio al vostro carattere sarà il compire qualche cosa da per voi, e imparerete più studiando un problema piuttosto intricato che risolvendone molti piuttosto facili.

Rammentatevi inoltre queste parole del grande Newton: « Io tengo, egli diceva, l'oggetto costantemente dinanzi « a me, e aspetto che il primo albore si cangi a poco a « poco in piena e chiara luce. »

# GEOMETRIA D'INVENZIONE

---

La scienza delle quantità relative, solide, superficiali e lineari, è chiamata geometria, e la sua applicazione pratica, misurazione. Così abbiamo misurazione di solidi, misurazione di superficie, e misurazione di linee; e per rilevare queste quantità sono necessarie delle dimensioni.

Le parti superiore, inferiore e laterale d'un corpo solido, come sarebbe di un cubo (1), sono chiamate superficie, e gli orli di tali superficie sono chiamati linee.

La distanza fra la parte superiore e la inferiore di un cubo è una dimensione chiamata *altezza, profondità* o *grossezza* di un cubo; la distanza *fra la faccia* di destra e quella di sinistra è un'altra dimensione chiamata *larghezza:* e la distanza tra la faccia davanti e quella di dietro è la terza dimensione chiamata *lunghezza* del cubo.

(1) Le superficie di un cubo sono piane.

Perciò il cubo è chiamato una grandezza di tre dimensioni.

I termini più comunemente applicati alle tre dimensioni di un cubo sono lunghezza, larghezza e grossezza.

1. Collocate un cubo con una faccia sopra una tavola, e un'altra faccia verso di voi, e ditemi quale dimensione considerate come grossezza, quale come larghezza e quale come lunghezza.

2. Indicatemi oggetti ai quali sia appropriata la parola *altezza;* a quali la parola *profondità;* e a quali la parola *grossezza.*

Siccome la superficie non ha grossezza, così essa ha solamente due dimensioni, lunghezza e larghezza.

Per la qual cosa una superficie è chiamata una grandezza di due dimensioni.

3. Mostratemi quante facce ha un cubo (1).

Quando una superficie è tale che una linea retta postavi sopra combacia in tutti i suoi punti con essa, questa superficie è detta superficie piana.

Siccome una linea non ha nè larghezza nè grossezza, così essa ha una sola dimensione, cioè la lunghezza.

Perciò una linea è chiamata una grandezza di una sola dimensione.

(1) La forma più conveniente per le illustrazioni è quella del decimetro cubo, il quale è un solido che ha sei superficie rettangolari eguali.

4. Contate quante linee sono formate in un cubo dall'intersezione delle sue superficie.

Se ciò che non ha nè larghezza, nè grossezza, ma solamente lunghezza, potesse dirsi che abbia qualche forma, la linea è tale che se fosse girata sopra le sue estremità ogni sua parte si manterrebbe sempre nello stesso suo proprio posto nello spazio.

Noi non possiamo fare coll'inchiostro o col lapis sulla carta, o col gesso o colla ardesia sulla lavagna, una linea; in questi casi non facciamo che rappresentare una linea.

I limiti o termini di una linea sono chiamati punti; e le intersezioni di due linee danno un punto.

Siccome un punto non ha nè lunghezza, nè larghezza, nè grossezza, si dice che non ha dimensioni. Esso non ha che posizione.

Perciò il punto non ha grandezza.

5. Ditemi il numero dei punti risultanti dall'intersezione delle dodici linee di un cubo.

Colla penna o col lapis sulla carta, e col gesso o colla ardesia sulla lavagna, non possiamo fare un punto; in questi casi non facciamo che rappresentare un punto.

Quando due linee rette s'incontrano venendo da due direzioni che non siano perfettamente opposte, si dice che esse formano un angolo.

Il punto dove queste due rette s' incontrano è chiamato punto angolare o vertice.

Perciò due linee rette che s' incontrano sopra un cubo formano un angolo.

6. Fatemi sopra la carta un angolo rettilineo.

7. Possono due linee rette incontrarsi senz' essere nello stesso piano?

8. Indicatemi sopra un cubo due rette le quali siano sulla medesima superficie e nondimeno non formino un angolo.

9. Ditemi il numero degli angoli piani esistenti nelle sei superficie del cubo, e il numero dei punti angolari o vertici, se dite perchè questi sono meno degli angoli piani.

L'incontro di due superficie piane in una linea — per esempio l'incontro d'una parete col pavimento d'una stanza o l'incontro di due superficie di un cubo — è chiamato angolo diedro (1).

10. Dite quanti angoli diedri ha un cubo.

Il cantone formato dall' incontro di tre o più superficie piane è chiamato angolo solido.

11. Dite quanti angoli solidi ci sono in un cubo.

Quando una superficie è tale che una linea collocatavi sopra in qualunque direzione, non combacia in tutti i su i punti con essa, ma solamente in quelli di mezzo e non in quelli alle sue estremità, è chiamata superficie convessa.

(1) Diedro vuol dire due facce.

12. Riferite un esempio di superficie curva o connessa.

Quando una superficie è tale che una linea collocatavi sopra in qualunque direzione non combacia con essa in tutti i suoi punti, ma solamente in quelli alle sue estremità, è chiamata superficie concava (1).

13. Portate un esempio di superficie concava.

Una semplice linea curva è tale che fatta girare sulle sue estremità, ogni punto lungh' essa cambia di posto nelle spazio; cosicchè in una linea curva mai tre punti sono in linea retta.

14. Date un esempio di una semplice linea curva.

Le linee rette o curve aggruppate insieme a scopo d'illustrazione o per ornamento, senza riguardo alla grandezza o alla superficie, prendono il nome di diagramma.

15. Date un esempio di diagramma.

Una superficie, riguardata nella forma e nella grandezza, prende nome di figura (2).

Se i limiti di una superficie sono linee rette, la figura è chiamata figura rettilinea; ed ogni limite è chiamato lato.

Abbiamo figure rettilinee di tre, di quattro, di cinque lati, ecc.

(1) Le superficie convessa e concava sono superficie curve. (*Il Traduttore*).

(2) Le figure si chiamano anche poligoni. (*Il Traduttore*).

16. Fate alcune figure rettilinee.

Quando una superficie è chiusa da una linea curva, essa viene chiamata figura curvilinea, e il limite è chiamato circonferenza.

17. Fate una figura curvilinea che abbia una curva per limite; scriveteci dentro il suo nome, e di fuori scriveteci il nome del suo limite.

18. Fate una linea curvilinea che sia chiusa da più di una linea curva.

Una figura limitata da una retta e da una curva o da più rette o da più curve, è chiamata figura mistilinea.

19. Fate una figura mistilinea che abbia per limiti una retta e una curva.

20. Fate una figura mistilinea che abbia per limiti una retta e due curve.

21. Fate una figura mistilinea che abbia per limiti una curva e due rette.

Quando una figura ha un limite di tal forma che tutte le rette tirate da un certo punto ed entro ad essa sino al detto limite, sono tutte eguali tra loro, questa figura è chiamata circolo; il punto è chiamato centro del circolo; il limite è chiamato circonferenza del circolo; e le linee eguali tirate dal centro alla circonferenza sono chiamati raggi del circolo.

22. Fate quattro circoli. Nel primo scriveteci il suo nome. Intorno al secondo, di fuori, scrivete il nome del limite.

Nel terzo scrivete dentro il nome del centro. E tra il centro e la circonferenza del quarto, tirate alcuni raggi, e sopra ciascuno scrivetene il nome.

23. Potete descrivere due circoli in modo che si tocchino in un dato punto?

24. Potete descrivere tre circoli in fila, e fare che ogni circolo si tocchi successivamente?

Una parte di circonferenza di circolo è chiamata arco.

Quando la circonferenza è divisa in due archi eguali, ogni arco è chiamato semicirconferenza.

Tutti gli archi di circolo che sono più grandi di una semicirconferenza sono chiamati archi maggiori.

Tutti gli archi di circolo che non sono grandi quanto una circonferenza sono chiamati archi minori.

La linea che unisce le estremità di un arco è chiamata corda dell'arco.

Quando due raggi congiungono insieme due punti qualunque della circonferenza, che sono precisamente opposti sulla linea del centro, essi formano una corda, la quale è chiamata diametro del circolo, e tale diametro divide il circolo in due segmenti (1) eguali che prendono nome di semicircoli.

(1) Per segmento s' intende una parte tagliata: segmento di linea, segmento di sfera, segmento di circolo, ecc.

25. Fate un circolo, tirate in esso due raggi disposti in modo da dividerlo in due parti eguali, e scrivete in ogni parte il suo rispettivo nome.

Tutti i segmenti di circolo che comprendono più di un semicircolo sono detti segmenti maggiori.

26. Fate un segmento maggiore, e in esso scrivetene il nome.

27. Fate un segmento maggiore, e scrivete fuori il nome dei suoi limiti.

Tutti i segmenti di circolo che comprendono meno di un semicircolo sono chiamati segmenti minori.

28. Fate un segmento minore, e scrivete in esso il suo nome.

29. Fate un segmento minore, e nell'esterno d'ognuno dei suoi limiti scrivete il suo nome.

30. Potete voi separare da un circolo più di un segmento maggiore?

31. Potete voi staccare da un circolo più di un segmento minore?

32. Descrivete due circoli in modo che la circonferenza dell'uno possa passare per il centro dell'altro, e fate vedere che la figura curvilinea comune ad ambedue i circoli consiste in due segmenti, e può essere chiamata doppio segmento.

33. In quante maniere si può dividere un doppio segmento in quattro parti uguali e simili?

34. In quante maniere si può dividere un doppio segmento in quattro parti uguali e simili?

35. Potete voi fare due angoli con due rette?

Quando due rette sono tracciate in modo da formare due angoli, allora si dice che l'una linea sta sopra l'altra e che gli angoli da esse così formati si chiamano angoli adiacenti.

36. Fate con due linee due angoli disuguali adiacenti.

Quando una linea retta sta sopra ad un'altra retta in direzione tale da formare con questa due angoli adiacenti uguali, allora ognuno di questi due angoli è denominato angolo retto.

37. Fate due angoli adiacenti uguali, ed in ogni angolo scrivete il suo proprio nome.

Ognuno dei lati di un angolo retto si dice che è perpendicolare all'altro; e quello al quale si dice che l'altro è perpendicolare, viene chiamato base.

38. Fate un angolo retto, e contro i lati dell'angolo retto scrivete il loro rispettivo nome.

39. Potete voi fare tre angoli con due rette?

40. Potete voi fare quattro angoli con due rette?

41. Potete voi fare più di quattro angoli con due rette?

42. Potete voi dividere una retta in due parti uguali?

43. Potete voi dividere un arco in due parti uguali?

Vi è stato detto che le figure chiuse da rette sono chiamate figure lineari.

44. Fate una figura lineare che abbia un numero minore possibile di limiti; scrivete in essa il suo nome, e dite perchè codesta figura reclama un tal nome (1).

(1) Il triangolo può essere anche chiamato trilatero.

Quando una figura ha per limiti tre rette uguali è chiamata triangolo equilatero.

45. Volete voi fare un triangolo equilatero?

46. Potete voi fare con tre rette, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci, undici, dodici, tredici angoli?

47. Potete voi collocare due triangoli equilateri in modo che un lato di uno di loro possa coincidere con un lato dell'altro?

48. Potete voi dividere un triangolo equilatero in due parti tali che l'una sia eguale e simile all'altra?

49. Potete voi tirare una retta perpendicolare ad un'altra retta partendo da un punto che è su questa, ma non nel mezzo di questa?

La figura formata da due raggi ed un arco è chiamata settore.

Quando un circolo è diviso in quattro settori eguali, ognuno di tali settori prende nome di quadrante.

50. Dividete un circolo in quattro settori eguali, e scrivete sopra ogni settore il suo rispettivo nome.

Per confrontare fra loro settori di differente grandezza, i geometri hanno trovato comodo di dividere ogni circolo in 360 settori eguali, ed ognuno di questi settori, essendo la trencentosessantesima parte di circolo, è stato chiamato grado. L'arco, perciò, di un tale settore è un arco di un grado (1);

(1) Per abbreviazione i gradi si segnano così: (1°). Trenta gradi, così: (30°).

e l'angolo di un tale settore è un angolo di un grado.

51. Fate una serie di quadranti, e scrivete in ogni angolo quanti gradi contenga.

Tutti gli angoli più grandi o più piccoli di un angolo di quadrante, sono chiamati angoli obliqui. Quando un angolo obliquo è minore di un angolo di quadrante cioè è minore di un angolo retto, o in altri termini è minore di 90°, è chiamato angolo acuto.

52. Fate un angolo acuto.

Un angolo obliquo che ha più di 90°, e meno di 180°, è chiamato angolo ottuso.

53. Fate un angolo ottuso.
54. Fate un settore ad angolo acuto.
55. Fate un settore ad angolo ottuso.

Un settore che abbia un arco di 180°, e i raggi del quale formino insieme una linea retta, può esser chiamato tanto settore che segmento, ma nondimeno di rado prende le due dette denominazioni, venendo generalmente chiamato semicircolo.

56. Fate tre settori, ognuno di 180°, e scrivete in ogni settore un differente nome benchè sempre appropriato.

Un sentore che ha l'arco più grande della semicirconferenza forma un angolo che si chiama rientrante.

57. Costruite un settore ad angolo rientrante.
58. Dite a quale classe di settori appartenga il grado.

Voi avete diviso una linea in due parti ed avete pure diviso in due parti un arco.

59. Sapreste voi dividere un segmento in due parti eguali l'una all'altra, ed anche simili l'una all'altra?
60. Potreste ora dividere un settore in due parti eguali e simili?

Alcuni dicono che la circonferenza di circolo è 3 volte più grande del suo diametro; altri invece, con più esattezza, dicono essere 3 volte e $^1/_7$ più grande del suo diametro.

61. Dite come determinereste il rapporto della circonferenza di un circolo col suo diametro, e dite inoltre quale stabilite che sia il suo rapporto.

Voi avete diviso in due parti una retta, un arco, un segmento, e un settore.

62. Potreste dividere un angolo in due parti eguali?

Un triangolo che ha solamente due dei suoi lati della medesima lunghezza è chiamato triangolo isoscele.

63. Fate un triangolo isoscele.

Un triangolo che ha i suoi lati di differente grandezza prende il nome di scaleno.

64. Fate un triangolo scaleno.

Un triangolo che ha uno dei suoi angoli retto, è chiamato triangolo rettangolo.

**65.** Fate un triangolo rettangolo.

Un triangolo che ha tutti e tre i suoi angoli minori di un angolo retto, e tutti e tre differenti in grandezza, è chiamato triangolo acutangolo.

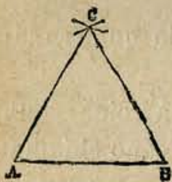
**66.** Fate un triangolo acutangolo.

Un triangolo che ha uno dei suoi angoli ottuso è chiamato triangolo ottusangolo.

**67.** Fate un triangolo ottusangolo.

Per poter trattare delle proprietà di un triangolo è uso di indicare una punta angolare del triangolo con una lettera.

Perciò il triangolo qui disegnato è chiamato il triangolo *ABC;* i lati sono chiamati *AB*, *BC*, e *AC;* e gli angoli sono chiamati *A*, *B*, *C*, oppure *CAB*, *ABC*, e *ACB*.




**68.** Sapreste fare un triangolo isoscele senza impiegare più d'un circolo ?

Se due linee non s'incontrano in nessuna maniera per quanto sieno prolungate, tali linee sono chiamate parallele (1).

**69.** Tirate due linee parallele.

(1) È chiaro che s'intendono linee poste sopra il medesimo piano.

70. Potete voi tirare due rette parallele che restino un centimetro distanti l'una dall'altra?

71. Potete voi fare due settori eguali in modo che un lato corrispondente di ognuno dei settori possa essere sopra una medesima linea, e che gli angoli possano essere rivolti dalla medesima parte?

72. Dalla medesima parte di una medesima retta fate due angoli che siano fra loro uguali, e fate che i detti angoli guardino nella medesima direzione.

Due circoli che hanno lo stesso centro sono chiamati circoli concentrici.

73. Descrivete tre circoli concentrici.

Due circoli che non hanno il medesimo centro, e l'uno di essi è dentro l'altro, sono chiamati circoli eccentrici.

74. Fate due circoli eccentrici.

75. Tirate una linea parallela ad un'altra linea, e fate che passi attraverso un dato punto.

Tutte le figure che sono chiuse da quattro lati prendono nome di quadrilateri.

Di quadrilateri ci sono sei varietà, cioè: quadrilateri che avendo i lati paralleli, sono chiamati parallelogrammi; e quadrilateri che non avendo i lati paralleli, sono chiamati trapezi.

Di parallelogrammi ci sono quattro specie, cioè: parallelogrammi che, avendo tutti i lati eguali e tutti gli angoli uguali, sono chiamati quadrati. Parallelogrammi che, avendo i lati eguali, ma non

tutti gli angoli eguali, sono chiamati rombi. Parallelogrammi che avendo tutti gli angoli eguali, ma i lati non tutti eguali, sono chiamati rettangoli. Parallelogrammi che non avendo nè i lati nè gli angoli tutti eguali, sono chiamati romboidi.

Di trapezi ci sono due specie, cioè: quadrilateri che, avendo solamente due lati paralleli, sono chiamati trapezi; e quadrilateri che, non avendo lati paralleli, prendono nome di trapezoidi.

76. Disegnate un quadrato, un rombo, un rettangolo, un romboide, un trapezio ed un trapezoide.

La linea che unisce gli angoli opposti di un quadrilatero è chiamata diagonale.

77. Fate vedere che ogni varietà di quadrilateri ha due diagonali; dite in quali specie le diagonali possono essere di eguale lunghezza, e in quali non possono essere.

In geometria si dice che una figura è posta dentro ad un'altra, o in altri termini che è inscritta in un'altra, quando essendo contenuta da un'altra tocca nel medesimo tempo tanti punti di quella che la contiene, quanti lo permettono le rispettive forme delle due figure.

78. Descrivete un circolo che abbia un diametro di tre centimetri e mezzo, e inscriveteci un quadrato.

79. Sapete voi fare un rombo?

Il rombo che ha i suoi due angoli ottusi doppi in grandezza de' suoi due angoli acuti, è chiamato rombo regolare.

80. Potete voi fare un rombo regolare?
81. Fareste voi un rettangolo?
82. Vorreste fare un romboide?
83. Volete voi fare un trapezio?
84. Potete voi fare un trapezoide?

Una figura geometrica che ha più di quattro lati prende nome di poligono, parola che significa molti angoli; e quando un poligono ha tutti i suoi lati eguali è chiamato poligono regolare.

Un poligono che ha cinque lati è chiamato pentagono.

Un poligono che ha sei lati è chiamato esagono.

Un poligono che ha sette lati è chiamato ettagono.

Un poligono che ha otto lati è chiamato ottagono.

Un poligono che ha nove lati è chiamato ennagono.

Un poligono che ha dieci lati è chiamato decagono.

Un poligono che ha undici lati è chiamato endecagono.

Un poligono che ha dodici lati è chiamato dodecagono.

Voi avete già fatto un settore ad angolo rientrante.

85. Con qual minor numero di lati si può fare una figura con un angolo rientrante?

86. Con qual minor numero di lati si può fare una figura con due angoli rientranti?

87. Con qual minor numero di lati si può costruire una figura con tre triangoli rientranti?

88. Fate vedere quanti triangoli equilateri si possono collocare intorno ad un punto toccandolo.

89. Potete voi dividere un circolo in sei settori eguali?

Un settore che contiene la sesta parte di un circolo è chiamato sestante.

90. Fate un sestante, e scriveteci accanto il suo nome.

91. Costruite un triangolo equilatero, e scrivete in ogni angolo il numero dei gradi che contiene.

92. Potete voi collocare un circolo in un semicircolo?

93. Potete voi inscrivere un esagono in un circolo?

94. Potete dividere un circolo in otto eguali settori?

Un settore che comprende la ottava parte di un circolo è chiamato un ottante.

95. Fate un ottante; scriveteci dentro il suo nome, e sotto al nome indicate il numero dei gradi che l'angolo dell'ottante contiene.

96. Inscrivete in un circolo un ottagono regolare.

Il punto che in un quadrato è ugualmente distante dai lati ed anche dai vertici del detto quadrato, è chiamato il centro di questo quadrato.

97. Tirate una linea retta lunga quattro centimetri, innalzate sopra di essa un quadrato, e trovate il centro di questo.

98. Potete voi inscrivere un circolo in un quadrato?

99. Descrivete tre circoli in modo che la circonferenza di ognuno passi sopra i centri degli altri due, e trovate il centro della figura curvilinea, che è comune a tutti e tre i circoli.

Il punto che in un triangolo equilatero è egualmente distante da ogni suo lato e da ogni suo vertice, è chiamato il centro di questo triangolo.

100. Potreste fare un triangolo equilatero, i lati del quale siano quattro centimetri, e quindi trovare il centro di esso?

101. Potreste voi inscrivere un circolo in un triangolo equilatero?

102. Potreste voi dividere un triangolo equilatero in sei parti eguali e simili?

103. Potete voi dividere un triangolo equilatero in tre parti eguali e simili?

104. Quale è il maggior numero di angoli che può esser fatto con quattro linee rette?

105. Fate un esagono, e collocate fuori, sopra ad ognuno dei suoi limiti, un triangolo, e dite quale figura vi fa rammentare.

106. Sapreste voi dividere in più maniere un esagono in due figure che siano fra loro eguali e simili?

107. Potete dividere un circolo in tre eguali settori?

108. Sapreste adattare un triangolo equilatero in un circolo?

109. Tirate due rette che si taglino e fate vedere che cosa s'intenda quando si dice che gli angoli verticalmente opposti, oppure opposti al vertice, sono fra loro eguali.

110. Si possono disporre due quadrati in modo che un angolo di un quadrato possa toccare verticalmente un angolo dell'altro quadrato?

111. Potete voi porre sopra un piano due esagoni, in guisa che un angolo di un esagono possa toccare verticalmente un angolo dell'altro?

112. Si possono situare due ottagoni in maniera che un angolo di un ottagono possa toccare verticalmente un angolo dell'altro?

Voi avete diviso una retta in due parti eguali.

113. Potete voi dividere una linea in quattro parti eguali?

114. Costruite una scala di centimetri, e col suo aiuto fate un rettangolo, la cui lunghezza sia tre centimetri e la larghezza due.

115. Tirate una retta, e sopra di essa, lato per lato, costruite due triangoli rettangoli che siano esattamente eguali, e i cui lati corrispondenti vadano nella medesima direzione.

Una linea retta tracciata in modo che incontrando un circolo, lo tocchi senza entrarci dentro, è chiamata tangente del circolo.

116. Descrivete un circolo, e tirate una tangente.

La tangente di un circolo tirata a qualunque punto della circonferenza, forma un angolo retto col raggio tirato a detto punto. E siccome ogni punto della circonferenza di un circolo può avere un raggio condotto ad esso, così ogni punto della circonferenza di un circolo può avere una tangente tirata ad esso punto.

117. Potete voi tirare una tangente al circolo che tocchi la circonferenza in un punto dato?

118. Dato un circolo ed una tangente ad esso, si domanda di trovare sulla circonferenza il punto per il quale passa essa tangente.

119. Data una retta, e un punto sopra questa retta, si domanda di trovare il centro di un circolo che abbia quattro centimetri di diametro, e la di cui circonferenza deve toccare la detta retta nel dato punto.

120. Fate vedere per mezzo di una figura quanti triangoli equilateri possono essere posti intorno ad un triangolo equilatero toccandolo.

121. Dividete un quadrato in quattro eguali e simili figure di più maniere, e date il nome a ciascuna varietà.

122. Potreste voi collocare due esagoni in modo che un lato di un esagono coincida con un lato dell'altro?

123. Potreste voi dividere un circolo in dodici eguali settori?

124. Potreste situare due ottagoni in guisa che un lato di un ottagono possa coincidere con un lato dell'altro?

Voi avete diviso un settore in due eguali settori, ed un angolo in due angoli egùali.

125. Sapreste voi dividere un settore in quattro settori eguali, e un angolo in quattro angoli eguali?

126. Potreste voi costruire un rombo, la più lunga diagonale del quale sia il doppio della diagonale corta?

127. Potreste voi fare in un circolo un dodecagono regolare?

128. Potreste far vedere quanti quadrati possono essere costruiti intorno ad un punto toccandolo?

Vi rammenterete di quella figura piana che per suoi limiti ha il minor numero possibile di linee rette.

129. Con qual minor numero di superficie piane potete voi fare un corpo solido?

Un corpo che è chiuso da quattro superficie piane, eguali e simili, è chiamato tetraedro.

130. Costruite con un pezzo di cartone un tetraedro, fate vedere come ordinate sulla carta le superficie da mettere insieme, e quando è terminato fatene un abbozzo.

Voi sapete ora inscrivere un quadrato in un circolo.

131. Sapreste voi fare invece un quadrato intorno ad un circolo? (1).

Due triangoli, che hanno gli angoli rispettivamente eguali, ma non i lati, potendo l'uno di essi averli o più lunghi o più corti, tali triangoli, benchè non eguali, sono chiamati simili.

Voi avete già costruito due triangoli eguali e simili.

132. Sapreste voi costruire due triangoli che non siano eguali ma simili?

133. Costruite un romboide, dividetelo in più maniere in due figure che siano eguali e simili fra loro, e scrivete ad ogni figura il suo proprio nome.

134. Costruite due romboidi eguali e simili, dividetene uno in due triangoli eguali e simili per mezzo di una diagonale, e l'altro pure in due eguali e simili triangoli per mezzo di altra diagonale.

135. Potete voi fare due triangoli che siano fra loro eguali, ma non simili?

136. Sapreste voi far vedere che tutti i triangoli collocati sopra una medesima base e fra le medesime parallele sono fra loro eguali?

137. Potreste voi descrivere un circolo, con un raggio di due decimetri e mezzo in modo che la sua circonferenza

(1) Fare una figura a contatto esternamente di un' altra, si dice circoscrivere una figura. (*Il Traduttore*).

passi sopra due punti posti a dieci centimetri di distanza fra loro?

138. Quanti quadrati possono essere collocati intorno ad un quadrato toccandolo?

139. Dividete un rombo in quattro figure eguali e simili di più forme, e scrivete in ogni figura il suo nome.

140. Fate vedere quanti esagoni possono essere fatti intorno ad un punto toccandolo.

141. Fate vedere quanti circoli possono farsi toccando un punto senza sovrapporsi l'uno all'altro, e confrontate questo numero col numero di esagoni, di quadrati e di triangoli, che intorno ad un punto, toccandolo, possono essere costruiti.

Un corpo che abbia sei superficie eguali e simili si chiama esaedro.

142. Con un pezzo di cartone costruite un esaedro. Mostrate sulla carta come disponete le superficie da piegare insieme, e quando è terminato fatene un abbozzo, dicendo quali altri nomi abbia l'esaedro.

143. Vorreste voi fare un triangolo rettangolo, la cui base sia tre centimetri e il lato perpendicolare quattro e mezzo?

Il lato, che in un triangolo rettangolo, sta dirimpetto all'angolo retto, è chiamato ipotenusa.

144. Vorreste voi fare un rettangolo, la cui base sia tre centimetri e l'ipotenusa cinque?

145. Potete fare un rettangolo, la cui lunghezza sia quattro centimetri e mezzo e la diagonale sei?

146. Dividete in più maniere un rettangolo in quattro figure eguali e simili, e scrivete sopra ogni figura il suo nome.

La parola vertice significa cima, sommità, punta; nondimeno l'angolo che in un triangolo isoscele è contenuto dai due lati eguali, è sempre chiamato angolo verticale o semplicemente vertice del triangolo, in qualunque posizione questo possa trovarsi; come pure il lato opposto a tale angolo è sempre chiamato base, quantunque non sempre si trovi essere il più basso.

**147.** Costruite in differenti posizioni quattro triangoli isosceli, ed indicate il vertice di ciascuno.

**148.** Costruite un triangolo isoscele, la base del quale sia due centimetri ed ognuno dei suoi lati eguali tre centimetri; e ponete dalla parte opposta alla base un altro triangolo di eguali dimensioni.

**149.** Potreste trovare il modo di dividere un circolo in quattro parti eguali o simili, che non abbiano raggi per limiti?

Voi avete fatto un quadrato e posto un triangolo equilatero ad ognuno dei suoi lati.

**150.** Potete voi fare un triangolo equilatero, e porre un quadrato ad ognuno dei suoi lati?

**151.** Potete voi adattare un quadrato dentro un circolo, e un altro di fuori in tali posizioni, per riguardo ad ambedue, di far vedere il rapporto che ha quello interno con quello esterno?

**152.** Potete voi dividere un esagono in quattro parti eguali e simili?

**153.** Potete dividere una retta in due parti tali, che una delle due parti sia tre volte la lunghezza dell'altra?

**154.** Sapreste dividere una retta in quattro parti eguali e simili, senza impiegare più di tre circoli?

155. Sapreste costruire un triangolo i cui lati siano tre, quattro e cinque centimetri?

156. Costruite una scala che abbia per ultima divisione una delle sue unità divisa in dieci parti eguali, e coll'aiuto di detta scala fate un triangolo, i cui lati siano 25, 18 e 12 parti di essa.

157. Sapreste voi costruire un quadrato sopra una retta adoperando per raggio la lunghezza della stessa retta?

158. Sapreste descrivere un circolo senza segnare il centro, per poi trovare questo per mezzo della geometria?

159. Sapreste dividere un triangolo equilatero in quattro parti eguali e simili?

Un corpo che ha otto superficie, e i cui lati ed angoli sono rispettivamente eguali, è chiamato ottaedro.

160. Costruite con un pezzo di cartone un ottaedro vuoto; fate vedere come disponete le superficie da piegarsi insieme; e fate un abbozzo dell'ottaedro.

161. Potete voi dividere un angolo in quattro angoli, senza impiegare più di quattro circoli?

162. In quante maniere potete voi dividere un triangolo equilatero in tre parti, che siano eguali l'una all'altra, ed anche simili l'una all'altra?

163. Dato un arco di circolo, si domanda di trovare il centro del circolo al quale appartiene.

164. Sapreste fare un trapezio simmetrico?

165. Sapreste voi fare inoltre un trapezoide simmetrico?

166. È possibile fare un romboide senza adoperare più di un circolo.

167. È possibile fare un trapezio simmetrico non usando più di un circolo?

168. Potete inscrivere un esagono in un triangolo equilatero?

169. Sapreste costruire un triangolo i cui lati siano 3, 4 e 9 centimetri?

170. Sapreste costruire un ottagono con un lato dato?

171. Può egli darsi che qualunque triangolo possa essere di tale forma che venendo diviso in una certa maniera in due parti eguali, tali parti possano avere forma simile a quella del triangolo originale?

172. Fate vedere che cosa s'intende dicendo che ai triangoli costruiti sopra medesima base, sopra medesima linea, e aventi medesimo vertice, sono eguali in superficie.

173. Potete dividere un triangolo isoscele in due triangoli che siano fra loro eguali, ma non siano simili?

174. Potete voi dividere un triangolo equilatero in due figure che abbiano eguali superficie, ma non similitudine nella forma?

175. Potete adattare un triangolo equilatero intorno ad un circolo?

176. Potete adattare un triangolo equilatero in quattro triangoli che siano eguali ma non simili?

177. Aggruppate insieme sette esagoni in modo che ognuno tocchi quelli che si vanno aggiungendo verticalmente agli angoli.

178. Fate un ottagono e ponete un quadrato sopra ognuno dei suoi lati.

179. Potete voi convertire un quadrato in un romboide?

180. Sapreste convertire un quadrato in un rombo?

181. Potete convertire un rettangolo in un romboide?

182. Potreste convertire un rettangolo in un rombo?

183. Sapete dividere un triangolo qualunque in quattro triangoli eguali e simili?

**184.** Potreste trovar la maniera di dividere una retta in tre parti eguali?

**185.** Potete inscrivere un esagono in un triangolo equilatero, in modo che tre lati dell'esagono tocchino ciascuno un lato del triangolo?

**186.** Sapreste dividere una retta in due parti tali che una parte sia due volte più lunga dell'altra?

**187.** Potete voi dividere un pezzo rettangolare di carta in tre strisce eguali con un taglio di temperino o di forbice?

**188.** Voi avete fatto un triangolo simile ad un altro, ma non eguale; potete voi fare un rettangolo simile ad un altro, ma non eguale?

**189.** Potete voi fare un quadrato e mettere quattro ottagoni intorno ad esso, in maniera tale che ogni lato del quadrato possa formare un lato degli ottagoni?

**190.** Potreste voi fare due romboidi che siano simili, ma non eguali?

**191.** Potreste descrivere un circolo, il cui raggio sia due centimetri in modo che tocchi due punti posti a tre centimetri di distanza l'uno dall'altro?

**192.** Potete inscrivere un ottagono in un quadrato, in modo che quattro dei suoi lati coincidano ciascuno con un lato del quadrato?

**193.** Adattate un triangolo equilatero dentro ad un circolo, ed un altro fuori di esso, in tali posizioni, per rispetto all'uno e all'altro triangolo, da far vedere il rapporto del triangolo interno con quello esterno.

**194.** Potete voi fare un gruppo di quattro ottagoni che si tocchino ai loro angoli?

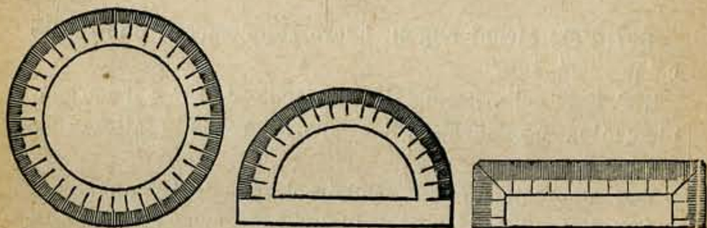
**195.** Potete voi collocare un esagono fuori di un circolo?

**196.** Potete voi fare quattro ottagoni che s' incontrino in un punto, e che si sovrappongano ad una medesima distanza?

197. Potete voi abbassare una perpendicolare sopra una retta da un punto dato fuori di questa?

Si chiamano rapportatori quegli strumenti coi quali possiamo costruire un angolo di un certo numero di gradi, o misurare un angolo e determinare quanti gradi contenga, come pure possiamo fare un arco di circolo di un certo numero di gradi, oppure misurare un arco e determinare quanti gradi contiene.

I rapportatori comunemente si estendono a 180°, benchè vi siano rapportatori che comprendono l'intiero circolo, cioè che si estendono a 360°.



198. Costruite con un pezzo di cartoncino, e meglio che potete, un rapportatore.

199. Fate col rapportatore un angolo di 45° e verificate colla geometria se è esatto o no.

200. Potete voi provarvi di dividere un quadrato in quattro parti eguali, ma non simili?

201. Fate col rapportatore un angolo di 60° e verificate colla geometria se è esatto o no.

202. Fate un angolo, e determinate col rapportatore il numero dei gradi che esso comprende.

203. Fate colla geometria l'arco di un quadrante, e determinate col rapportatore il numero dei gradi che l'arco comprende.

204. Fate vedere quanti esagoni possono essere costruiti che tocchino un esagono coi loro lati.

L'angolo che manca per formare un angolo rettangolo, cioè di 90°, si chiama complemento.

205. Fate alcuni angoli, e dite quali sono i loro complementi.

206. Fate un angolo di 70°, e misurate il suo complemento.

L'angolo che manca a 180° è chiamato supplemento.

207. Fate alcuni angoli, i loro supplementi, e misurate col rapportatore.

208. Fate colla geometria un angolo di 30° e il suo supplemento, e misurate col rapportatore la esattezza di tutti e due.

209. Sapreste fare un semicircolo eguale ad un circolo?

210. Fate alcuni triangoli di differenti forme, e misurate col rapportatore gli angoli di ciascuno; e guardate se potete trovare un triangolo, gli angoli del quale sommati insieme ammontino ad una somma maggiore di quella degli angoli di uno qualunque degli altri triangoli.

211. Potete voi inscrivere un pentagono in un circolo per mezzo del rapportatore?

212. Fate con un pezzo di cartone una piramide quadrangolare, vuota, e fate che l'altezza obliqua sia il doppio della diagonale della base. Fate vedere sulla carta il metodo che avete eseguito, e quando avete finita la piramide, fatene un abbozzo.

213. Sapreste voi circoscrivere, o in altri termini fare un pentagono fuori di un circolo per mezzo del rapportatore ?

214. Potreste voi, per mezzo del rapportatore, fare un pentagono senza punto servirsi di circoli ?

È già stato detto che la corda è una retta congiungente le estremità dell'arco.

215. Coll'aiuto di un rapportatore semicircolare, potreste voi provarvi di portare sopra una retta le corde di tutti i gradi, da un grado cioè sino a trecentosessanta gradi? O in altri termini, potreste voi fare una linea di corde ?

216. Sapreste voi dire perchè la linea di corde non può estendersi di là di 180° ?

C'è una corda la quale è uguale in lunghezza al raggio del quadrante al quale tutte le corde appartengono; cioè, la quale è eguale al raggio della linea di corde.

217. Dite quale corda è eguale al raggio della linea di corde.

218. Fate, con una linea di corde, angoli di 26°, 32°, 75°, e verificate col rapportatore se sono esatti o no.

219. Come farete colla linea di corde un angolo ottuso, un angolo, per esempio, di 115°.

220. Potete voi fare coll'aiuto di una linea di corde, un triangolo, i cui angoli alla base siano ciascuno il doppio dell'angolo al vertice ?

221. Fate un triangolo, i cui lati siano 21°, 15° e 12°, e misurate i suoi angoli colla linea di corde e col rapportatore.

222. C'è un lato del triangolo rettangolo che è più lungo di ciascuno degli altri due. Ditene il nome, e mostrate

con questo fatto che la corda di 45° è più lunga della metà della corda di 90°.

223. Fate col rapportatore un angolo di 90°, e facendo una figura, mostrate qual è il modo più conveniente, secondo voi, di tenere il rapportatore tanto per innalzare quanto per abbassare una perpendicolare sopra una linea.

224. Potete voi fare un triangolo isoscele, avente per base 1, e per somma degli altri 3?

225. Potreste voi dimostrare, per mezzo di una scala, la lunghezza dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, la cui base è 4, e la perpendicolare 3?

226. Inscrivete un esagono in un circolo, ed un altro fuori del medesimo, ma in tali posizioni per riguardo ad ambedue, da far vedere il rapporto che quello interno ha con quello esterno.

Per area di una figura s'intende lo spazio da questa contenuto, espressa coi termini di qualche sistema di misura specificato.

In Italia il sistema delle misure lineari quadrate è generalmente usato per esprimere aree; come per esempio un decimetro quadrato, ecc (1).

L'area di un quadrato in metri quadrati si trova moltiplicando la sua larghezza, oppure, ciò che è lo stesso, la sua base per la sua altezza. E siccome nel quadrato, la base e l'altezza sono sempre della medesima dimensione, così l'area di un quadrato si trova moltiplicando la base per un numero eguale a sè stesso, o in altri termini quadrando la base.

227. Costruite quadrati, i cui lati siano rappresentati

(1) Per unità di misura agraria si usa l'*ara*, cioè 100 m. q. col suo multiplo *ettara* e il suo sottomultiplo *centiara*. (*Il Traduttore*).

rispettivamente da 1, 2, 3, 4, 5, ecc. centimetri, e fate vedere che le loro aree sono rappresentate rispettivamente da 1, 4, 16, 25, ecc., centimetri quadrati; vale a dire che rappresentano rispettivamente un numero di cent. eguale a $1^2$, $2^2$, $3^2$, $4^2$, $5^2$, ecc.

228. Costruite dei triangoli equilateri, i lati dei quali rappresentino rispettivamente 1, 2, 3, 4, 5, ecc., centimetri, e fate vedere che le loro aree (benchè non in questo caso nella quantità di 1, 4, 9, 16, 25, ecc.) sono in rapporto di 1, 4, 9, 16, 25, ecc., vale a dire che le loro aree sono nel rapporto dei quadrati dei loro lati.

229. Come esprimereste voi in termini generali la relazione esistente tra i lati e le aree delle figure simili?

230. Fate vedere con una figura che 4 centimetri al quadrato contengono 16 centimetri quadrati, cioè che l'area di 4 centimetri è eguale a 16 centimetri quadrati.

231. Fate vedere con una figura una metà di un metro quadrato, e con un'altra mezzo metro quadrato, e dite quale relazione passa fra loro.

232. Fate vedere che l'area di un'ara è eguale a 100 metri quadrati, cioè a 100 centiare.

233. Sapreste voi far vedere che i quadrati costruiti sopra i lati di un triangolo rettangolo isoscele sono insieme eguali al quadrato costruito sulla ipotenusa?

I geometri hanno dimostrato che un triangolo, i lati del quale sono 3, 4 e 5, è un triangolo rettangolo.

234. Fate un triangolo i cui lati siano 3, 4 e 5; costruite un quadrato sopra ognuno de' detti suoi lati, e guardate che relazione passa tra due qualunque dei quadrati ed il terzo quadrato.

235. Potete voi innalzare una perpendicolare ad un'estremità di una linea?

236. Sapreste voi trovare altri tre numeri differenti da 3, 4 e 5, e tali che i quadrati dei due minori numeri siano nella somma eguali al quadrato del più grande, e far vedere, coll'aiuto del rapportatore, che i triangoli che essi formano sono triangoli rettangoli?

L'area di un rettangolo la cui base è 4 e la perpendicolare 3 è 12.

237. Fate vedere con una figura che l'area di un triangolo rettangolo, la cui base è 4, e la perpendicolare 3 è la metà di 4×3; o meglio è $\frac{4 \times 5}{2} = \frac{12}{2} \doteq 6$.

Un solido limitato da sei rettangoli e che ha solamente gli opposti simili, paralleli, eguali, è chiamato parallelepipedo.

Le più comuni dimensioni del parallelepipedo chiamato mattone da costruzione sono 25, 12, 4 centimetri.

238. Fate con un pezzo di cartone un parallelepipedo della medesima forma di un mattone da costruzione, fate vedere come disponete le superficie da mettere insieme, e fate di esso un disegno.

Sono già 2000 anni dacchè i geometri hanno scoperto, che il quadrato fatto sopra la base di un triangolo rettangolo, e più quello fatto sul suo lato perpendicolare, equivalgono al quadrato fatto sulla ipotenusa.

E voi avete già verificato che il quadrato fatto sopra la base di qualunque triangolo rettangolo isoscele, insieme al quadrato fatto sul suo lato perpendicolare, è eguale al quadrato fatto sull'ipotenusa.

**239.** Potete voi trovare un metodo per far vedere all' occhio che i quadrati fatti sulla base e sulla perpendicolare di uno qualunque triangolo rettangolo sono insieme eguali al quadrato fatto sopra l' ipotenusa?

**240.** Costruite un triangolo, la cui base sia 12, la somma degli altri due lati 15, ed uno di questi doppio nella lunghezza all' altro.

**241.** Sapreste fare un quadrato eguale alla somma di altri due quadrati?

**242.** Sapreste fare un quadrato eguale alla differenza tra due altri quadrati?

**243.** Sapreste costruire un quadrato che sia eguale in superficie alla somma di tre quadrati?

L' angolo fatto con due linee che uniscono il centro del poligono con le estremità di uno dei suoi lati è chiamato angolo al centro del poligono; e l' angolo fatto con due lati contigui qualunque del poligono, è chiamato angolo del poligono.

**244.** Inscrivete un ottagono in un circolo, misurate con la linea di corde l'angolo al centro e l'angolo dell'ottagono, quindi verificate l'esattezza dell'operato mediante il calcolo.

Si chiama scala diagonale quella la cui larghezza è divisa in dieci spazi paralleli eguali attraversati in lunghezza da parallele ad angoli retti coi detti spazi, uno dei quali viene pure diviso in

dieci piccole parti formanti ciascuno un rettangolo; ognuno di questi rettangoli viene poi diviso da una diagonale.

**245.** Fate una scala diagonale che abbia per unità quattro centimetri.

**246.** Coll'aiuto di una scala diagonale costruite un piano di un pezzo di terreno rettangolare, la cui lunghezza sia 500 metri e la larghezza 180 metri, dividetelo, con linee parallele alle due estremità, in quattro giardini eguali e simili, e dite l'area dell'intiero pezzo ed anche di ogni giardino.

Quando una piramide è divisa in due parti per mezzo di una sezione parallela alla base, la parte prossima alla base è chiamata tronco di piramide.

**247.** Con un pezzo di cartone fate un tronco di piramide pentagonale, e fate che la superficie della piccola estremità del tronco sia la metà della superficie contenuta nella estremità maggiore.

**248.** Con un pezzo di carta avente gli orli irregolari fate un quadrato, servendovi, per istrumento, soltanto delle dita.

**249.** Sapreste voi mostrare per mezzo di una figura in quali casi il quadrato di $1/2$ vale quanto $1/2$ di $1/2$, ed in quali casi il quadrato di $1/2$ ha più valore di $1/2$ di $1/2$?

**250.** Costruite con una scala diagonale, un triangolo i cui lati siano eguali a 791, 489 e 568.

**251.** Sapreste voi far vedere all'occhio quanto $1/2$ è più grande di $1/3$?

**252.** In quante maniere potreste voi mostrare di saper tirare una retta parallela ad un'altra retta, ed attraversante un dato punto?

**253.** Fate vedere con una figura quanti centimetri qua-

drati ci sono in un quadrato il cui lato è 4 centimetri e mezzo, e verificate la verità del risultato per mezzo dell'aritmetica.

254. Fate vedere con una figura quante centiare ci sono in un'ara.

Voi già sapete come si fa a trovare l'area di un rettangolo, e sapete pure cambiare un rettangolo in un romboide.

255. Come trovereste l'area di un rombo?

256. Potete voi fare un triangolo rettangolo isoscele eguale ad un quadrato?

257. Potreste descrivere un circolo equivalente alla mezza grandezza di un altro circolo?

258. Sapreste voi fare un triangolo equilatero di doppia grandezza di un altro triangolo equilatero?

259. Con un pezzo di cartone fate un prisma romboidale vuoto; fate vedere come disponete le superficie da unire; e finito che sia fatene un abbozzo.

260. Costruite un quadrato, la cui lunghezza e larghezza sia 6; fate dei rettangoli, le cui lunghezze e larghezze siano 7 e 5; 8 e 4; 9 e 3; 10 e 2; 11 e 1; e fate vedere che, benchè le somme dei lati siano tutte eguali, le aree però non sono pure eguali.

261. Qual'è il rettangolo più grande che può essere inscritto in un triangolo isoscele?

262. Fate vedere per mezzo di una figura se sono più grandi, e di quanto, 3 centimetri cubi o un cubo lungo e largo 3 centimetri.

Se da un'estremità di un arco si tira una linea ad angolo retto col raggio che unisce la detta

estremità, e si fa continuare sino a che venga intercetta dal prolungamento del raggio attraversante l'altra estremità dell'arco, tale linea è chiamata tangente dell'arco.

Voi avete già dato un esempio di tangente al circolo.

263. Date un esempio di tangente all'arco.

264. Sapreste tirare una tangente ad un arco di 90° ?

265. Potreste voi provarvi di portare sopra una linea le tangenti degli archi di tutti i gradi, partendo da un grado e andando fino a circa 85 gradi; in altri termini, sapreste voi fare una linea di tangenti ?

266. Fate vedere quale tangente o piuttosto la tangente di quale arco è eguale al raggio della linea di tangenti.

267. Coll'aiuto della linea di tangenti fate angoli di 20°, 40°, 75° e 80°.

Il solido, le cui facce sono sei rombi eguali e regolari, è chiamato romboedro regolare.

268. Fate con del cartone un romboedro regolare, fate vedere come sono disposte le superficie da unire, e quando è termitato fatene un abbozzo.

Una tangente al complemento d'un arco è chiamata una tangente complementare, o meglio cotangente.

269. Fate alcuni archi, le loro tangenti e le loro cotangenti.

270. Fate un angolo, la sua tangente e la sua cotangente.

271. Sapreste fare un angolo di 130° per mezzo della linea di tangenti?

272. Potreste voi trovare il modo di fare un angolo di 90° col mezzo della linea di tangenti?

273. Misurate alcuni angoli acuti col mezzo della linea di tangenti.

274. Misurate un angolo ottuso colla linea di tangenti.

275. Potreste fare un rettangolo la cui lunghezza è 9, la larghezza 4, e dividerlo in due parti di tale forma, che poste a contatto in un certo modo, facciano un quadrato?

276. Fate vedere che l'area di un trapezio può trovarsi dividendo il trapezio con una diagonale in due triangoli, e trovando la somma delle aree di tali triangoli.

277. Costruite un quadrato, il cui lato sia un ventesimo di metro, e fate vedere quale parte del metro contiene, e quanti centimetri quadrati.

278. Sapete costruire con un pezzo di cartone un tetaedro troncato, disporre le facce da unirsi, e fare del detto solido un abbozzo?

279. Sapreste fare un esagono, i cui lati siano eguali, ma i cui angoli non siano per nulla eguali, e nonostante sia simmetrico?

280. Sapreste fare un trapezio rettangolo eguale ad un quadrato?

281. Potreste descrivere un circolo tre volte più grande di un altro?

282. Coll'aiuto del rapportatore costruite un ennagono, i cui lati siano 3 centimetri, e misurate gli angoli dell'ennagono colla linea di tangenti.

283. Quanti dodecagoni possono farsi intorno ad un altro dodecagono che lo tocchino agli angoli?

284. Quanti dodecagoni possono farsi intorno ad un altro dodecagono che lo tocchino ai lati?

285. Fate vedere con una figura quanti mattoni lunghi 25 centimetri e larghi 12 centimetri e mezzo, messi di piatto, occorrono per coprire due metri quadrati.

286. Potreste voi determinare il numero dei mattoni che ci vorrebbero per coprire un pavimento lungo 6 metri e largo 5 $^1/_2$, supposto che 50 vadano rotti?

287. Come costruirete un quadrato per mezzo del rapportatore e del lapis, senza servirvi di compasso?

288. Sapreste formare un angolo senza usare di circoli o di archi?

289. Costruite con un pezzo di cartone un cubo troncato vuoto; fate vedere sulla carta come disponete i lati da unire, e fate, quando l'avete terminato, un abbozzo di esso.

290. Sapreste fare un pentagono, i cui lati siano tre centimetri, senza far uso di circoli, e senza accedere al centro del pentagono?

291. Sapreste far passare la circonferenza di un circolo per i vertici di un triangolo?

292. Fate vedere come troverete l'area di un trapezio con angoli rientranti.

293. Rendete visibile all'occhio che $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$.

294. Circoscrivete un circolo ad un quadrante.

Se da un'estremità di un arco non più grande di un quadrante venga tirato un raggio, e se dall'altra estremità venga condotta una perpendicolare al detto raggio, tale perpendicolare viene chiamata seno del detto arco.

295. Fate alcuni archi di circolo e i loro seni.

296. Sapreste inscrivere un circolo in un triangolo?

297. Volete provarvi di portare sopra una linea i seni di tutti i gradi da 1° a 90°? In altri termini sapreste fare una linea di seni?

298. Dite quale seno è uguale in lunghezza al raggio della linea di seni.

299. Data la perpendicolare di un triangolo equilatero, costruite il triangolo equilatero.

Un corpo che ha dodici superficie eguali e simili, è chiamato un dodecaedro.

300. Con un pezzo di cartone fate un dodecaedro vuoto; fate vedere sulla carta come disponete la superficie da unirsi, e, fatto che sia, fatene un abbozzo.

301. Colla linea di seni misurate alcuni angoli acuti.

302. Sapreste voi fare un angolo di 70° col mezzo della linea di seni?

Il seno del complemento di un angolo è chiamato coseno.

303. Fate vedere con una figura che il coseno dell'arco di 30° è uguale al seno di 55°.

304. Data solamente la distanza tra i lati paralleli di un esagono regolare, costruite l'esagono.

305. Inscrivete un segmento di un circolo in un rettangolo la cui lunghezza è 3 e la larghezza 1.

306. Sapreste inscrivere un segmento di circolo in un rettangolo, la cui lunghezza è 3 e la larghezza 2?

307. Sapreste inscrivere un circolo in un quadrante?

308. Fate la figura di un trapezio simmetrico, i cui lati paralleli siano 40 e 20 e la distanza perpendicolare tra loro 60; misurate i suoi angoli colla linea di seni, e calcolate l'area.

309. Fate vedere con una figura quale sia l'area di un rettangolo, la cui lunghezza è $2\ ^1/_3$ e la larghezza $1\ ^1/_3$, e verificate il risultato col mezzo del calcolo.

310. Presa sulla linea di corde la corda di 90°, si domanda di trovare il raggio di detta linea di corde.

Voi avete già costruito un triangolo simile ad un altro. Sapreste costruire un trapezoide simile ad un altro?

311. Con un pezzo di cartone fate un tetraedro vuoto incavato; fate vedere come disponete le superficie da unire, e quando l'avrete terminato fatene un abbozzo. Dite poi se potete mettere le facce sopra un piano in modo che non si abbiano angoli rientranti.

312. Sapreste fare un triangolo simile ad un altro, e di doppia grandezza?

313. Sapreste fare un poligono irregolare simile ad un altro, e di doppia grandezza?

314. Sapreste costruire un poligono irregolare simile ad un altro, ma in grandezza metà di esso?

315. Sapreste far vedere, per mezzo di una figura, di quanto maggiore è $^4/_5$ di $^3/_4$?

316. Sapreste fare un triangolo isoscele, ognuno dei cui lati sia metà della base?

317. Sapreste voi determinare la grandezza di un angolo ottuso per mezzo della linea di seni?

318. Sapreste far vedere, per mezzo di una figura, che 2 è contenuto in 3 una volta e mezzo?

319. Sapreste voi mostrare che il seno di un arco è la metà della corda del doppio dell'arco?

320. Supponete che due centimetri rappresentino un metro, e fate una scala di metri e di decimetri.

321. Sapendo da un teorema che i triangoli costruiti sopra una medesima base, e compresi fra le medesime parallele, sono eguali per rispetto alla superficie, potreste ridurre un trapezoide in un triangolo?

322. Sapreste cambiare un triangolo in un rettangolo?

323. Con un pezzo di cartone fate un esaedro, intagliato a semiottaedro; date un piano del metodo col quale disponete le facce da unire, e fate poi un abbozzo di esso.

324. Sapreste voi convertire un trapezoide comune in un trapezoide simmetrico?

325. Sapreste costruire un quadrato, la cui diagonale sia 9 centimetri, e trovarne la superficie?

La porzione di raggio di un arco intercetta fra il seno e l'estremità dell' arco è chiamata seno verso del detto arco.

326. Date un esempio di seno verso di un arco.

327. Cominciando da un dato punto di una linea, sapreste voi portare sulla stessa i seni versi di tutti i gradi da 1° a 90°? In altri termini, sapreste fare una linea di seni versi?

328. Fate vedere quando il seno verso di un arco è eguale al seno dell'arco.

329. Fate vedere quando il seno verso di un arco è eguale alla metà della corda dell'arco.

330. Dite quale seno è eguale al raggio del quadrante, al quale appartiene la linea di seni versi.

331. Dato il seno verso di un arco eguale alla metà del raggio dell'arco, determinate il numero dei gradi del detto arco.

332. Sapreste voi ridurre una figura di cinque lati in un triangolo e in un rettangolo?

Quando alcune rette o alcune curve, oppure le une insieme alle altre, vengono simmetricamente aggruppate intorno ad un punto per averne un effetto, allora esse prendono il nome di stella.

333. Inventate e costruite la più bella stella che potete.

Un corpo che ha 20 superficie, i cui lati angonali sono rispettivamente eguali, è chiamato icosaedro.

334. Con un pezzo di cartone fate un icosaedro (1) vuoto; rappresentate sulla carta il metodo col quale disponete le superficie da unire, e poi fate un abbozzo di esso.

335. Descrivete un arco; fate che sia minore di un quadrante, tiratene la corda, la tangente, la cotangente, il seno, il coseno e il seno verso.

336. Dato il seno di un arco, il qual seno sia precisamente un quarto del raggio del detto arco, si domanda di determinare in gradi, mediante il rapportatore, la lunghezza di tale arco.

337. Dato il seno verso di un arco, il quale seno verso sia esattamente un quarto del raggio dell'arco, si domanda di determinare, mediante il rapportatore, i gradi di detto arco.

338. Come fareste a verificare la esattezza di un orlo rettilineo, di regoli paralleli, di una squadra, di una tavoletta da disegno, di un rapportatore, e di una linea di corde?

339. Riducete un esagono irregolare, che ha un angolo rientrante, in un triangolo.

340. Riducete un ottagono irregolare, che ha due angoli rientranti, in un triangolo.

341. Dividendo una linea che si suppone rappresentare un'unità di lunghezza, illustrate il valore di 0,5; di 0,05; di 0,25; di 0,125, ecc.

342. Per mezzo di un quadrato rappresentante un'unità di superficie, esibite il valore di 0,5; di 0,05; di 0,25; di 0,125.

343. Riducete una mela, una rapa, o una patata, ecc., ad un cubo; date ad ogni suo spigolo la lunghezza di 2, determinate la sua solidità, e verificate tutto per mezzo dell'aritmetica.

344. Fate vedere per mezzo di un cubo, e verificate coll'aritmetica quant'è il cubo di 1 $^1/_2$.

(1) Il tetraedro, l'esaedro, l'ottaedro, il dodecaedro, e l'icosaedro, prendono nome di corpi regolari. Questi cinque corpi regolari sono pure chiamati corpi platonici; e fra questi corpi platonici alcuni pongono la sfera, come il più regolare di tutti i corpi.

345. Sapreste voi collocare 9 alberi in 10 file mettendone 3 per fila?

346. Costruite un triangolo equilatero che abbia per lato 10 divisioni di una scala diagonale, e chiamate tale lato 1; determinate la lunghezza della sua perpendicolare a tre divisioni decimali, e verificate per mezzo del calcolo la verità di tale lunghezza.

347. Sapreste calcolare l'area di un triangolo equilatero il cui lato sia 1?

348. Illustrate mediante la geometria i rispettivi valori di 0,9; 0,99; 0,999.

Un circolo possiamo considerarlo come composto di un numero indefinito di triangoli isosceli eguali, aventi le loro basi sulla circonferenza del circolo, e i loro vertici tutti concorrenti nel centro del circolo. Ora, siccome le aree di tutti questi triangoli sommate insieme sarebbero eguali all'area del circolo, così:

Per trovare l'area del circolo, moltiplicate la perpendicolare comune a tutti questi triangoli immaginari, per la circonferenza che è la somma di tutte le loro basi, e dividete il prodotto per 2.

Calcolando la circonferenza di un circolo essere 3 volte e $^1/_7$ di volta maggiore del suo diametro,

349. Trovate l'area di un circolo il cui diametro è 1.

Calcolando la circonferenza di un circolo essere 3 volte e 1416 decimillesimi di volta maggiore del diametro,

350. Trovate l'area di un circolo il cui diametro sia 1.

Siccome i circoli sono figure simili, le aree dei circoli stanno fra loro come i quadrati dei loro raggi, dei loro diametri o delle loro circonferenze.

351. Trovate l'area di un circolo, il cui raggio è 5; trovate l'area di un altro circolo il cui raggio è 7, e guardate se le loro rispettive quantità corrispondono alla regola.

352. Un'aiuola circolare ha un diametro di 110 metri, ed il sentiero che le gira intorno è largo 3 metri; trovate l'area dell'aiuola, ed anche l'area del sentiero.

353. Sapreste voi trovare l'area di un settore i cui lati rettilinei siano ciascuno metri 20 $^1/_2$ e il cui arco sia 35°?

354. La più grande piramide del mondo sta sopra una base il cui lato è 230 metri. La piramide per superficie laterali ha quattro triangoli equilateri. Calcolate qual numero di metri quadrati è la base, qual numero di metri quadrati è ognuna delle sue superficie triangolari; calcolate inoltre la sua altezza perpendicolare, e verificatene l'esattezza mediante la geometria; fate con del cartone un modello della piramide; dite di qual solido è parte; e fate un abbozzo del modello.

355. C'è un romboide di forma tale che la sua area può essere trovata per mezzo d'uno dei suoi lati, e d'una delle sue diagonali. Date un piano di ciò.

356. Sapreste convertire un quadrato, il cui lato è 1, in un rombo, la cui diagonale più lunga sia il doppio della corta; e sapreste, tanto per mezzo della geometria quanto per mezzo dell'aritmetica, trovare la lunghezza del lato del rombo?

357. Sapreste convertire un triangolo equilatero in un pentagono irregolare?

358. Indicate sopra un tetaedro due linee che siano nello stesso piano, e due altre che non siano sullo stesso piano.

359. Con del cartone costruite un ottaedro troncato, date un piano di esso, e fatene un abbozzo.

360. Fate vedere quanti cubi possono farsi che tocchino un punto.

361. Fate vedere, mediante una figura, quanti cubi possono farsi che tocchino un cubo.

362. Voi avete già calcolato l'altezza perpendicolare di un triangolo equilatero, il cui lato è 1; potete voi sapere; potreste dire quanto dista tale perpendicolare dalla base al centro del triangolo?

Un solido formato col rivolgere un rettangolo intorno ad uno dei suoi lati prende il nome di cilindro, e può essere chiamato un prisma circolare.

363. Sapreste voi trovare la superficie del cilindro il cui lato sia 1 e il cui diametro sia 1?

Una sfera può essere formata rivolgendo un semicircolo intorno al diametro, come intorno ad un asse.

La superficie di una sfera, il cui diametro è 1, è eguale alla superficie di un cilindro il cui diametro è 1 e l'altezza 1 Per mezzo di una figura fate vedere la cosa.

364. Trovate la superficie di una sfera il cui diametro è 1, ed anche la superficie di una sfera il cui diametro è 2. Confrontate le due superficie insieme, e dite se il rapporto della minore colla maggiore concorda con questa legge: « Le aree di figure simili stanno fra loro come i quadrati dei loro lati omologhi. »

365. Potreste voi costruire una piramide esagonale, i cui lati obliqui formino triangoli equilateri?

366. Fate una scatola di cartone forte, che abbia la lunghezza di 15 centimetri, la larghezza di 12 centimetri, la profondità di 9 centimetri; fate un coperchio che non

solo la copra, ma che, quando è chiusa, gli orli del medesimo sopravanzino, e si pieghino dalla cima della scatola per 1 centimetro e $^1/_2$.

367. Sapreste impiantare 19 alberi in 9 file mettendone 5 per fila?

368. Sapreste voi convertire un triangolo scaleno in un trapezoide simmetrico?

369. Inscrivete un esagono in un triangolo equilatero, in modo che tre dei suoi lati possano toccarlo, e fate vedere il rapporto che passa fra l'esagono ed il triangolo.

370. Un filosofo aveva una finestra d'un metro quadrato, la quale lasciava entrare troppa luce; egli ne tappò la metà, e ancora gli rimase una finestra quadrata, un metro alta e un metro larga. Dite in qual modo abbia fatto.

371. Sapreste voi dividere un triangolo equilatero in due parti eguali con una linea tirata parallelamente ad uno dei suoi lati?

372. Data la corda di un arco 50. e il seno dell'arco 40, si domanda il seno verso mediante calcolo. Indicate con una figura che è uguale al raggio meno coseno.

373. Sapreste voi dividere un triangolo comune in due parti eguali con una linea parallela ad uno dei suoi lati?

374. Sapreste dividere un triangolo in due parti eguali con una retta partente da un punto qualunque di uno qualunque dei suoi lati?

375. Fate vedere quanti decimetri cubici c'è in un metro cubico.

376. Fate un prisma quadrangolare con due facce rettangolari e due romboidali.

377. Fate un prisma quadrangolare obliquo con tutte le facce egualmente romboidali.

378. Sapreste inscrivere un triangolo equilatero in un quadrato, in modo che un vertice del triangolo equilatero possa coincidere con un vertice del quadrato, e gli altri due vertici del triangolo possano toccare, ad eguali distanze dall'angolo del quadrato, due dei lati del quadrato?

379. Sapreste voi dividere una linea in 3 parti e mezza?

380. Sapreste dividere una linea in tante parti in quante è divisa un'altra?

381. Sapreste rispondere a questa domanda: Se 3 metri costano franchi 12, quanti franchi costeranno cinque metri?

382. Accertate colla geometria quanti centimetri ci sono nella diagonale di 25 centimetri quadrati, e quanti nella diagonale di 25 centimetri cubici, e verificate mediante calcolo.

383. Sapreste fare un ottagono i cui lati alternati siano metà degli altri, e siano sempre simmetrici?

384. Sapreste inscrivere in un pentagono un romboide che tocchi coi suoi vertici tre dei lati del pentagono ed uno dei suoi angoli?

385. Dati due rettangoli di differente grandezza, ma di forma simile, si domanda di determinare la grandezza di un altro simile rettangolo che eguagli la loro somma.

386. Dati due triangoli dissimili e disuguali, sapreste costruire un triangolo eguale alla loro somma?

387. Sapreste fare un triangolo eguale alla differenza di altri due triangoli?

388. Sapreste fare un rettangolo eguale alla differenza di altri due rettangoli?

389. Inscrivete un ottagono regolare in un quadrato in modo che quattro lati dell'ottagono possano toccare i quattro lati del quadrato.

390. C'è una classe di triangoli che possono dividersi in due triangoli eguali e simili; c'è un'altra classe di triangoli che possono dividersi in due triangoli simili, ma non eguali; e una terza classe che può dividersi in due parti eguali, ma non simili. Date un esempio di ogni classe.

391. Potreste dividere un trapezoide in due parti eguali mediante una linea tirata da un punto preso sopra uno dei lati?

392. Sapreste descrivere, in modo che si tocchino, tre circoli i cui diametri siano 3, 4 e 5?

393. Costruite con cartone solido una scatola aperta ad una estremità, ed abbastanza grande da contenere un pacco di carte; fate un coperchio che non solo chiuda quella estremità, ma che sopravanzi e si pieghi sopra gli orli per 2 centimetri.

394. Sapreste costruire un quadrato contenente tre quarti di un altro quadrato?

395. Sapreste inscrivere un quadrato in un triangolo equilatero?

396. Sapreste inscrivere un quadrato in un triangolo isoscele?

397. Sapreste inscrivere un quadrato in un quadrante?

398. Sapreste inscrivere un quadrato in un semicerchio?

399. Sapreste inscrivere un quadrato in un triangolo?

400. Sapreste inscrivere un quadrato in un pentagono?

401. Determinate la forma di quel rettangolo che può essere diviso per metà da una linea tirata parallelamente al suo lato più corto, senza che sia alterata la sua forma.

402. Fate vedere che c'è un poligono, il cui interno può essere, con quattro linee, diviso in nove figure, l'una delle quali sia un quadrato, quattro rettangoli, ed il rimanente quattro triangoli.

403. I geometri hanno asserito che, quando in un circolo una corda taglia per metà un'altra corda, il rettangolo contenuto dai segmenti della corda che divide l'altra, è eguale al quadrato di una metà della corda che viene dimezzata; e che quando una corda in un cerchio divide per metà un'altra corda ad angolo retto, una metà della corda dimezzata è una media proporzionale fra i seguenti della corda che divide. Determinate, mediante la scala, più approssimativamente che potete, se ciò è vero.

La metà della somma di due numeri qualunque o di due linee qualunque è chiamata media aritmetica di quei numeri e di quelle linee.

404. Fate vedere con una figura la media aritmetica di 3 e 12.

La media aritmetica è tanto distante dall'estremità minore, quanto l'estremità maggiore è distante da essa.

La radice quadrata del prodotto di due numeri è chiamata media geometrica di quei numeri.

405. Fate vedere con una figura geometrica la media geometrica di 3 e 12.

La media geometrica ha con un estremo lo stesso rapporto che essa ha coll'altro estremo. Così 3 : 6 : : 6 : 12. Questo è anche il perchè essa prende il nome di media proporzionale.

406. Trovate la media aritmetica e geometrica di 4 e 9. Dite quale media è maggiore.

407. Determinate colla geometria, e verificate col calcolo, il lato di un quadrato, che contenga 144 metri quadrati.

408. Estraete per mezzo della geometria la radice quadrata di 5, e verificate per mezzo dell' aritmetica.

L'angolo che è formato dalla corda e dalla tangente di un segmento è chiamato angolo del segmento.

409. Sapreste determinare l'angolo di un segmento di 90°?

410. Sapreste voi determinare quali due linee tirate dalle estremità della corda di un segmento, in modo da incon-

trarsi insieme nell'arco del segmento stesso, formeranno l'angolo maggiore?

411 Sapreste determinare l'angolo in un segmento quadrato?

412. Sapreste accertare la relazione esistente fra l'angolo di un segmento, e l'angolo dentro un segmento?

413. Sapreste voi dare un esempio in cui l'angolo dentro il segmento e l'angolo del segmento siano eguali?

Una retta che dall'esterno di un circolo entra nel suo interno, fermandosi alla parte opposta della circonferenza, si chiama secante di circolo.

414. Fate alcuni circoli e ad ognuno tirate una secante.

Una retta tirata dal centro di un circolo attraverso all'estremità di un arco, sino a che venga intercetta dalla tangente tirata dall'altra estremità dell'arco, è chiamata la secante del detto arco.

415. Sapreste fare la secante dell'arco di 60°?

Come la tangente, così la seccante ha due significati, uno quando è applicata al circolo, e l'altro quando è applicata all'arco.

416. Sapreste voi portare una linea, cominciando da un punto di essa, le secanti di tutti gli archi da 10° a 80°? In altri termini,

417. Sapreste voi fare una linea di secanti?

418. Fate e misurate alcuni angoli colla linea di secanti.

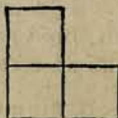
419. Per fare e per misurare gli angoli, di quale linea credete più conveniente servirvi? Di quella di corde, di tangenti, di seni versi o di secanti?

Voi sapete già determinare a qual punto della perpendicolare di un triangolo equilatero si ritrovi il centro.

420. Quale rapporto hanno le due parti di un triangolo equilatero, formato per mezzo di una linea tirata attraverso il centro del triangolo e parallela alla base?

421. Supposto che il lato di un esagono sia 1, si domanda di determinare i lati del rettangolo inscritto in esso, e di trovare l'area dell'esagono, quella del rettangolo ed il rapporto che passa fra loro.

422. Costruite una figura che sia formata da tre quadrati posti ad angolo e dite se è possibile di dividere tale figura in quattro parti eguali e simili.



Un triangolo rettangolo fatto girare intorno ad uno dei lati, che comprendono l'angolo, forma un corpo chiamato cono, il quale potrebbe chiamarsi più propriamente una piramide circolare.

423. Fate in carta un cono vuoto, e date il piano del metodo che tenete.

Quando un cono è tagliato da un piano ad angolo retto coll'asse, la sezione prodotta è un circolo.

Quando un cono è tagliato da un piano, che faccia coll'asse un angolo minore di un angolo retto, ma non tanto piccolo quanto l'angolo che il lato obliquo del cono fa col detto asse, tale sezione forma la figura circolare detta ellisse.

La sezione di un cono che coll'asse forma un angolo eguale a quello che il lato del cono fa col detto asse, dà una figura detta parabola.

La sezione di un cono che coll' asse fa un angolo minore di quello che il lato del cono fa col detto asse, forma una figura detta iperbole.

La sezione di un cono che coincide coll' asse forma un triangolo isoscele (1).

424. Con una mela, con una rapa o con altro fate meglio che potete un cono e fate vedere ognuna delle dette cinque coniche sezioni.

425. Fatevi mostrare un compasso ellittico e descrivete con esso un' ellisse: fate poi vedere che sapreste fare un'ellissi senza codesto compasso, servendovi di un mezzo che ad esso somigli.

Il diametro lungo di un' ellisse è chiamato asse maggiore; quello corto, asse minore, e la distanza tra ambedue i fochi dell'ellisse ed il centro è chiamata eccentricità dell' ellisse.

426. Fate una figura per ispiegare tutto ciò.

Due rette tirate dai fochi di un' ellisse ad un punto di una circonferenza, formano angoli eguali colla tangente all'ellisse fatta passare per quel punto.

427. Sapreste voi, da un punto dato sulla circonferenza di un'ellisse, tirare una tangente alla circonferenza stessa?

Servendovi del compasso e di circoli di varia grandezza, come fareste a imitare approssimativamente un' ellisse? In altri termini.

(1) Sulle sezioni coniche seguenti altri danno altre definizioni. Quando la sezione è perpendicolare alla base senza passare per il vertice, dà una curva aperta detta iperbole, quando la sezione è parallela al lato obliquo del cono dà una curva pure aperta, detta parabola. (*Il Traduttore*).

428. Come fareste per descrivere un ovale?

429. Con un pezzo di mogano, e senz'alcun spreco, sapreste voi fare i piani di due sgabelli ovali, facendo in mezzo ad essi un'apertura per poterli alzare?

Il solido formato col far girare sul suo minore asse la semiellisse, si chiama sferoide oblata o piatta.

430. Fate vedere come è formata una sferoide piatta, e dite che cosa essa vi fa rammentare.

Il solido formato col far girare sopra il suo asse maggiore una metà dell'ellisse, è chiamata ellisse prolata o allungata.

431. Fate vedere come è formata una sferoide allungata, e dite che cosa vi fa rammentare.

432. Supposto che una stanza sia costruita in forma di sferoide allungata, e che una persona parli stando in un foco, fate vedere dove viene riflessa la sua voce.

433. Il medesimo effetto sarebbe prodotto in una stanza costruita in forma di sferoide piatta.

Non tenendosi conto della resistenza dell'aria, una pietra lanciata orizzontalmente dalla cima di una torre colla velocità di 15 metri in un secondo, e soggetta all'azione incessante della terra, la quale la induce a cadere con una velocità uniformemente crescente in ragione di circa 5 metri nel primo minuto secondo, di 15 nel secondo secondo, di 25 nel terzo secondo, di 35 nel quarto secondo e così di seguito, forma col suo progredire una specie di curva. Ora i termini della serie 5,

15, 25, 35, 45, ecc., crescono in un ce to rapporto; e se 5 è chiamato 1; 15 sarà come 3; 25 come 5; 35 come 7; e 45 come 9, ecc. Queste distanze possono essere espresse come intervalli di caduta, vale a dire 1, 3, 5, 7, 9, ecc. E tenendo a mente che la velocità orizzontale rimane uniforme, cioè di 15 metri, vale a dire 3 × 5 metri in un secondo, veniamo ad avere due specie di dimensioni reciprocamente ad angolo retto, colle quali si può tracciare la curva. Questa curva è chiamata parabola.

**434.** Sapreste costruire una parabola?

Quando queste distanze, invece di essere scritte come risultati separati dell'azione di ogni secondo, sono successivamente aggiunte per mostrare i risultati combinati, allora abbiamo per

| | Intervalli di caduta |
|---|---|
| 1. secondo . . . . . . . . . . . . | $1 = 1^2$ |
| 2. secondi $1 + 3 =$ . . . . . . . | $4 = 2^2$ |
| 3. secondi $1 + 3 + 5 =$ . . . . . | $9 = 3^2$ |
| 4. secondi $1 + 3 + 5 + 7 =$ . . . | $16 = 4^2$ |
| 5. secondi $1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$ . | $25 = 5^2$ |

Da ciò si vede che l'intervallo di caduta sta come il quadrato del tempo, così in 6 secondi l'intervallo di caduta sarà $6^2 \times 5$ metri $= 36 \times 5$ m. $= 160$ metri.

**435.** Si domanda con che distanza cade una pietra in mezzo secondo.

**437**. Si domanda con che distanza cade una pietra in 2 secondi e 1 quarto di secondo.

**438**. Potete voi far vedere esserci due specie di quadrilateri in cui le diagonali *devono* essere eguali; due specie in cui *possono* essere eguali, e due specie in cui *non possono* essere eguali?

**439**. Potreste voi fare con del cartone un tetraedro le cui quattro facce siano nella forma dissimili?

FINE.

# INDICE